

Procenta, poměr, úměrnosti – přijímačkové typy úloh

Anotace:

Materiál je určen pro přípravu na přijímací zkoušky v 9. ročníku ZŠ. Jsou v něm zpracována dvě témata, která se pravidelně objevovala v úlohách státních přijímacích zkoušek z matematiky v letech 2016 až 2022. Jedná se o procenta a poměr + úměrnosti. Každému z těchto témat je věnován jeden oboustranný pracovní list. Na začátku každého pracovního listu najdou žáci souhrn potřebných znalostí z daného tématu. Poté následují zadání typových úloh podobných těm, které se objevovaly ve státních přijímacích zkouškách. V závěru materiálu je uvedeno správné řešení jednotlivých úloh pro kontrolu.

Pro koho je materiál určen: žáci 9. ročníku

Materiál obsahuje 2 oboustranné pracovní listy a 1 samostatný list se správným řešením.

Vytvořila Mgr. Jana Borkovcová

Klíčová aktivita „Podpora gramotností“, část „Matematická gramotnost“ je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.



Procenta

Souhrn potřebných znalostí

základ $z = 100\%$; je to ta informace v zadání, se kterou jsou ostatní srovnávány nebo se k ní vztahují

výpočty:

- dát si do vztahu známé číselné informace a procenta ze zadání (např. A: 1 700 Kč = 100 %; B: 204 chlapců = 85 %)
- vypočítat velikost 1 % – vydělit základ nebo procentovou část počtem procent (např. A: 1 % = 1 700 : 100 = 17 Kč;
B: 1 % = 204 : 85 = 2,4 chlapce)
- A a) výpočet procentové části – vynásobit 1 % počtem procent (např.: 34 % = 34 · 17 = 578 Kč)
b) výpočet počtu procent – vydělit procentovou část velikostí 1 % (např.: 34 Kč = 34 : 17 = 2 %)
B výpočet základu – vynásobit 1 % stem (např.: 100 % = 2,4 · 100 = 240 chlapců)

počítání může velmi zjednodušit a zrychlit znalost vztahu počtu procent a jednoduchých zlomků v základním tvaru:

10 %	20 %	40 %	60 %	80 %	25 %	75 %	50 %	150 %	250 %
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$

úlohy je možné řešit i trojčlenkou – procenta a procentová část jsou vždy přímo úměrné

pozor na záporné v zadání (70 % z 520 důchodců **používá** kartu, kolik důchodců **nepoužívá** kartu?)

dvojí změna (např. zdražení a sleva): je nutné počítat postupně jako dva příklady – mění se základ

v úlohách se často objevují kromě procent i výpočty části celku vyjádřené zlomkem, někdy je nutná i znalost poměru

Typové úlohy

Přiřadte ke každé úloze odpovídající výsledek (A – F).

- a) Na začátku nového roku zvýšili v prodejně cenu kabátu o 20 % na 4 200 Kč.
Kolik korun stál kabát před zdražením?
b) V prodejně obuvi měli v rámci výprodeje 20% slevu na veškeré zboží. Paní Novotná zaplatila za nákup 2 760 Kč.
Kolik korun by zaplatila, kdyby nedostala žádnou slevu?
c) Bunda byla nejprve zdražena o 25 % a v následné akci zlevněna o 20 % z ceny po zdražení. V akci se tak bunda prodávala za 3 600 Kč.
Kolik korun stála bunda ještě před zdražením?
A) 3 360 Kč B) 3 450 Kč C) 3 500 Kč
D) 3 550 Kč E) 3 600 Kč F) 3 780 Kč
- a) Číslo 720 je o 10 % menší než neznámé číslo.
Jaké je neznámé číslo?
b) Číslo 690 je o 15 % větší než číslo x. Poměr čísel $x : y = 2 : 3$.
Čemu se rovná číslo y?
c) Polovina neznámého čísla je o 40 % menší než číslo 600.
Jaké je neznámé číslo?
A) menší než 600 B) 600
C) 720 D) 800
E) 900 F) větší než 900

Klíčová aktivita „Podpora gramotností“, část „Matematická gramotnost“ je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

3. a) Na start závodu vyběhlo 60 závodníků, do cíle jich dorazilo 36.
Kolik procent závodníků závod nedokončilo?
- b) Škola evidovala 400 uchazečů o studium. V prvním kole přijímacího řízení uspěly tři pětiny uchazečů. V druhém kole bylo vyřazeno dalších 140 uchazečů.
Kolik procent uchazečů o studium prošlo úspěšně oběma koly přijímacího řízení?
- c) Jindra odpověděl v testu správně na 49 otázek. Chybných odpovědí měl v testu o 28 méně než správných.
Kolik procent otázek zodpověděl Jindra chybně?
- A) 20 % B) 25 % C) 30 %
D) 40 % E) 60 % F) 75 %
4. Marek odpracoval během prvního týdne v měsíci o 4 hodiny více než Tomáš a během druhého týdne o 2 hodiny více než Tomáš. Oba dohromady odpracovali během těchto dvou týdnů 150 hodin. Tomáš při tom odpracoval každý týden stejný počet hodin.
- a) Kolik procent z celkového počtu hodin odpracoval Tomáš?
- b) Kolik procent z celkového počtu odpracovali oba během prvního týdne?
- c) O kolik procent méně odpracoval Tomáš během prvního týdne než Marek?
- A) (o) 10 % B) (o) 12 %
C) (o) 45 % D) (o) 48 %
E) (o) 52 % F) (o) jiný počet %
5. Vlák má dva vagóny. V prvním vagónu jede 90 cestujících a sedmina sedadel zůstala volných. Počet všech sedadel v druhém vagónu je o pětinu větší než počet všech sedadel v prvním vagónu. V druhém vagónu jede o 27 méně cestujících než v prvním vagónu. Všichni cestující ve vlaku sedí.
- a) O kolik procent více sedadel je v druhém vagónu než v prvním vagónu?
- b) Kolik procent sedadel v druhém vagónu zůstalo volných?
- c) O kolik procent méně cestujících jede v druhém vagónu než v prvním vagónu?
- A) (o) 20 % B) (o) 25 %
C) (o) 30 % D) (o) 40 %
E) (o) 50 % F) (o) jiný počet %
6. a) Anička dostala kapesné. Za 40 % kapesného koupila dárek pro kamarádku. Po nákupu dárku jí zůstalo o 120 Kč víc, než kolik zaplatila za dárek. Kolik korun stál dárek?
- b) Honza si na brigádě vydělal za hodinu o 20 % víc než Adam. Oba dohromady dostali za hodinu 264 Kč. Kolik korun si za hodinu vydělal Honza?
- c) Hanka v únoru utratila 80 % z kapesného, které dostala. Zbylo jí tak 80 Kč. V březnu dostala Hanka o 10 % vyšší kapesné než v únoru. Kolik korun dostala Hanka v březnu?
- A) 120 Kč B) 144 Kč C) 240 Kč
D) 400 Kč E) 440 Kč F) 600 Kč
7. a) V předprodeji bylo prodáno 85 % vstupenek. V pokladně před představením prodali třetinu ze zbylých vstupenek. Kolik procent vstupenek zůstalo neprodaných?
- b) Turista ušel během tří dnů trasu dlouhou 60 km. První den ušel dvě pětiny z celkové trasy, druhý den 75 % ze zbývajících délek.
Kolik procent z celkové trasy mu zbylo na třetí den?
- c) Škola nabízí žákům kroužek němčiny, francouzštiny a italštiny. Kroužek němčiny navštěvuje 24 žáků, což jsou 4 % z celkového počtu žáků školy. Do kroužku francouzštiny se přihlásilo dvakrát více žáků než do kroužku němčiny. Kroužek italštiny navštěvuje o 12 žáků méně než kroužek francouzštiny.
Kolik procent žáků školy navštěvuje kroužek italštiny?
- A) 5 % B) 6 % C) 8 % D) 10 % E) 12 % F) 15 %

Klíčová aktivita „Podpora gramotností“, část „Matematická gramotnost“ je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

Poměr, úměrnosti

Souhrn potřebných znalostí

- poměr 3 : 5 znamená, že první část je tvořena třemi a druhá část pěti stejně velkými dílky
- dělení celku v daném poměru: nejdřív zjistit velikost 1 dílku (vydělit celek počtem všech stejných dílků)
- pokud známe dva poměry ($a : b = 2 : 5$, $b : c = 3 : 4$) a potřebujeme je dát do jednoho postupného poměru ($a : b : c$), je dobré si původní poměry napsat přehledně pod sebe a najít společný násobek čísel, která se objevují v obou poměrech ($b: 5$ a $3 \rightarrow 15$ – rozšíříme oba původní poměry tak, aby $b = 15$; $a : b : c = 6 : 15 : 20$)
- pozor, jsou-li strany (hrany) v poměru $a : b$, obsahy (povrchy) jsou v poměru $a^2 : b^2$, objemy jsou v poměru $a^3 : b^3$!
- měřítko 1 : 200 000 znamená, že 1 cm na mapě odpovídá 200 000 cm (= 2 km) ve skutečnosti
- úměra (rovnost dvou poměrů) – využívá se v trojčlence; součin vnějších členů se rovná součinu vnitřních členů
- přímá a nepřímá úměrnost – popisují vztah mezi dvěma veličinami:
přímá: kolikrát se zvětší hodnota 1. veličiny, tolikrát se zvětší hodnota 2. veličiny
nepřímá: kolikrát se zvětší hodnota 1. veličiny, tolikrát se zmenší hodnota 2. veličiny
- slovní úlohy na úměrnosti je možné řešit logickou úvahou (přes „jedničku“ – 1 pracovníka, 1 den, 1 stroj...) nebo trojčlenkou (PÚ – šipky jdou stejným směrem, NÚ – šipky jdou různým směrem; podle šipek sestavit úměru a tu vyřešit)

Typové úlohy

1. Trojúhelník ABC má obvod 66 cm a pro délky jeho stran platí: $a : b = 4 : 5$, $b : c = 2 : 3$.
Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
a) Nejkratší strana trojúhelníku ABC má délku 20 cm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) $a : c = 8 : 15$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Délky dvou delších stran trojúhelníku ABC se liší o 5 cm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Ve škole se přes prázdniny malovalo celkem 30 tříd. Tři malíři vymalovali za první den pětinu všech tříd. Všichni malíři pracují stejným tempem.
Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
a) Zbývající třídy by tři malíři vymalovali za 5 dní.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Jednomu malíři by vymalování 30 tříd trvalo 10 dní.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Dva malíři by vymalovali 12 tříd za 3 dny.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Obdélník má obvod 48 cm a délky stran v poměru $a : b = 5 : 3$.
Vypočtete:
 - a) v cm délku kratší strany obdélníku
 - b) o kolik centimetrů se liší délky stran obdélníku
 - c) v cm² obsah obdélníku

Klíčová aktivita „Podpora gramotností“, část „Matematická gramotnost“ je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

4. První tři místa v soutěži byla oceněna peněžními výhrami. Částky na prvních třech místech byly rozděleny v postupném poměru 5 : 3 : 1. Vítěz obdržel 900 Kč. Vypočtete, kolik korun dostal druhý v pořadí.
5. Jitka, Dana a Kristýna sbírají známky. Počty známek Jitky a Dany jsou v poměru 7 : 10, počty známek Jitky a Kristýny jsou v poměru 4 : 5. Kristýna má ve své sbírce 140 známek.
Vypočtete:

- a) kolik známek má ve své sbírce Jitka
b) o kolik známek má Dana víc než Jitka
c) v jakém poměru (v základním tvaru) jsou počty známek Dany a Kristýny

6. Účastníci závodu v orientačním běhu dostali mapu s měřítkem 1 : 20 000. Na mapě je vyznačeno osm míst s kontrolami, která mají závodníci proběhnout v daném pořadí. Celková délka závodu je 12 km. Vzdálenost míst s první a s druhou kontrolou má na mapě délku 5 cm.
Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- a) Jeden centimetr na mapě odpovídá 200 metrům ve skutečnosti.
b) Délka trasy závodu na mapě je 24 cm.
c) Skutečná vzdálenost míst první a druhé kontroly je 1 km.

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. Ve škole se jako druhý cizí jazyk vyučuje němčina, francouzština a ruština. V devátém ročníku se německy učí dvakrát více žáků, než kolik se jich učí francouzsky. Rusky se učí o 4 žáky méně, než kolik se jich učí francouzsky. Počet žáků, kteří se učí francouzsky a rusky, je v poměru 4 : 3.
Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- a) Německy se učí 32 žáků devátého ročníku.
b) Poměr počtu žáků, kteří se učí německy a rusky, je 8 : 3.
c) V devátém ročníku je celkem 60 žáků.

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8. Ve výrobní hale je celkem šest stejně výkonných strojů, které vyrábí součástky. Za jednu osmihodinovou směnu vyrobí těchto šest strojů celkem 2 400 součástek. Dvě hodiny po začátku směny došlo k poruše jednoho stroje a tento stroj tak zůstal až do konce směny mimo provoz.

Kolik součástek bylo během směny celkem vyrobeno?

- A) 1 500 B) 1 800 C) 2 000 D) 2 100 E) jiný počet

9. Aleš má pět psů. Balení, které obsahuje 15 kg granulí, vystačí Alešovým psům na 10 dní. Všech pět psů přitom dostává denně stejné množství granulí. Tomáš má dva psy. Stejně 15kg balení granulí vystačí Tomášovým psům na 20 dní. Také Tomáš dává oběma svým psům denně stejné množství granulí.
Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- a) Jeden Alešův pes dostává denně 350 g granulí.
b) Jeden Tomášův pes dostává denně o 75 g granulí víc než jeden Alešův pes.
c) Tři 15kg balení granulí by Alešovým a Tomášovým psům dohromady vystačila na 20 dní.

A	N
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Klíčová aktivita „Podpora gramotností“, část „Matematická gramotnost“ je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

Řešení úloh:

Procenta

1. a) C
b) B
c) E
2. a) D
b) E
c) C
3. a) D
b) B
c) C
4. a) D
b) F (50, $\bar{6}$ %)
c) A
5. a) A
b) E
c) C
6. a) C
b) B
c) E
7. a) D
b) F
c) B

Poměr, úměrnosti

1. a) N (16 cm)
b) A
c) N (o 10 cm)
2. a) N (za 4 dny)
b) N (15 dní)
c) A
3. a) 9 cm
b) o 6 cm
c) 135 cm²
4. 540 Kč
5. a) 112 známek
b) o 48 známek
c) 8 : 7
6. a) A
b) N (60 cm)
c) A
7. a) A
b) A
c) A
8. D
9. a) N (300 g)
b) A
c) A

Klíčová aktivita „Podpora gramotností“, část „Matematická gramotnost“ je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.