




INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Výukový materiál zpracován v rámci projektu EU peníze školám

Registrační číslo projektu: **CZ.1.07/1.5.00/34.0630**

Šablona:	IV/2	č. materiálu:	VY_42_INOVACE_01
----------	-------------	---------------	-------------------------

	Soukromá střední průmyslová škola Břeclav, spol. s r.o. CULTUS
Jméno autora:	Ing. Eva Tučková
Ročník:	I.
Datum vytvoření:	1. 10. 2012

Vzdělávací oblast:	Matematika a její aplikace
Tematická oblast:	Výrazy a jejich úpravy
Předmět:	Matematika
Výstižný popis způsobu využití nebo metodické pokyny:	<ol style="list-style-type: none">1. žák procvičuje základní vztahy pro počítání s mocninami2. žák podle zadání upevňuje použité vztahy na příkladech3. pracovní listy lze využít pro studenty dálkového studia na samostatné opakování

Výrazy s mocninami

Pro každé reálné číslo a a každé přirozené číslo n je

$$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$$

kde v součinu je na pravé straně n činitelů.

Výraz a^n se nazývá **mocnina**, a je **základ** mocniny, n je **exponent** (neboli **mocnitel**).

Např.:

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

$$(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

Pro každé $a \in \mathbb{R}$ je $a^1 = a$ a pro každé přirozené číslo n je $0^n = 0$.

Pro každé reálné číslo $a \neq 0$ a pro každá přirozená čísla r, s platí:

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

věta o násobení mocnin
se stejným základem

věta o umocňování mocniny

Např.: $5^3 \cdot 5^2 = 5^5$

Např.: $(7^4)^2 = 7^8$

$$4 \cdot 4^5 = 4^6$$

$$(6^2)^5 = 6^{10}$$

Věty platí pro každá r, s přirozená a pro každé reálné $a \neq 0$.

Pro každá reálná čísla $a, b \neq 0$ a pro každé přirozené číslo n platí:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\text{Např.: } (3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2 \qquad \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4^2}{3^2}$$

$$(a \cdot b)^3 = a^3 \cdot b^3$$

Pro každé reálné číslo $a \neq 0$, a libovolná přirozená čísla r, s taková, že $r > s$, platí:

$$a^r : a^s = a^{r-s}$$

$$\text{Např.: } 5^6 : 5^4 = 5^2$$

Příklad 1 – vypočtete:

$$m^2 \cdot m = m^{2+1} = m^3$$

$$2x^{2n} \cdot 2x^n = 2x^{2n+n} = 2x^{3n}$$

$$a^r \cdot a^2 = a^{r+2}$$

$$2x^{n+1} \cdot 3x^{n-1} = 6x^{n+1+n-1} = 6x^{2n}$$

Příklad 2 – zjednodušte zlomek $\frac{m^3 n^4 p^2}{m^6 n^2 p^3}$

$$\frac{m^3 n^4 p^2}{m^6 n^2 p^3} = \frac{n^2}{m^2 p}$$

Příklad 3 – zjednodušte $\frac{2^6 \cdot 3^4 \cdot 6^5}{8^3 \cdot 9^4}$

Řešení – základy mocnin nejprve rozložíme na součin prvočísel, pak upravujeme podle základních pravidel pro počítání s mocninami.

$$\frac{2^6 \cdot 3^4 \cdot 6^5}{8^3 \cdot 9^4} = \frac{2^6 \cdot 3^4 \cdot (2 \cdot 3)^5}{(2^3)^3 \cdot (3^2)^4} = \frac{2^6 \cdot 3^4 \cdot 2^5 \cdot 3^5}{2^9 \cdot 3^8} = \frac{2^{11} \cdot 3^9}{2^9 \cdot 3^8} = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Pro každé reálné číslo $a \neq 0$ a každé celé záporné číslo m je

$$a^m = \left(\frac{1}{a}\right)^{-m}$$

Pro každá reálná čísla $a \neq 0$, $b \neq 0$ a libovolné celé číslo n platí:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$$

Příklad 4 – vynásobte a odstraňte záporné exponenty $(a^2b^{-3}c^4d)(a^3bc^{-6}d^2)$

$$(a^2b^{-3}c^4d)(a^3bc^{-6}d^2) = \frac{a^2c^4d}{b^3} \cdot \frac{a^3bd^2}{c^6} = \frac{a^5d^3}{b^2c^2}$$

Příklad 5 – dělte a odstraňte záporné exponenty $(x^2y^3z^{-2}) : (x^{-3}y^{-2}z)$

$$(x^2y^3z^{-2}) : (x^{-3}y^{-2}z) = x^5y^5z^{-3} = \frac{x^5y^5}{z^3}$$

Použité zdroje:

CALDA, Emil. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*.

Praha: Prometheus, 2008, ISBN 978-80-7196-041-6.

JANEČEK, František. *Sbírka úloh z matematiky*. Praha: Prometheus, 2012, ISBN 978-80-7196-360-8.

CALDA, Emil. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU*. Praha: Prometheus, 2006, ISBN 80-7196-020-9.

KUBEŠOVÁ, Naděžda. *Matematika - přehled středoškolského učiva*. Český Těšín: Petra

Mráková, 2006, ISBN 978-80-86873-05-3.