Početní geometrie – přijímačkové typy úloh

Jana Borkovcová

Materiál byl vytvořen jako podpůrný pro žáky 9. ročníku ZŠ a jejich učitele. Je určen pro přípravu na přijímací zkoušky v 9. ročníku ZŠ. Jsou v něm zpracována témata početní geometrie, která se nejčastěji objevovala v úlohách státních přijímacích zkoušek z matematiky v letech 2016 až 2022. Jedná se o tělesa, Pythagorovu větu, úhly a rovinné útvary (témata jsou seřazena podle počtu úloh daného tématu ve všech testech státních přijímacích zkoušek v letech 2016 až 2022; některé z úloh se dají zařadit do více témat). Každému z těchto témat je věnován jeden oboustranný pracovní list. Na začátku každého pracovního listu najdou žáci souhrn potřebných znalostí z daného tématu. Poté následují zadání typových úloh podobných těm, které se objevovaly ve státních přijímacích zkouškách. V závěru materiálu najdete správná řešení jednotlivých úloh pro kontrolu.

Poznámky k jednotlivým pracovním listům:

Pracovní list Pythagorova věta obsahuje pouze úlohy s využitím Pythagorovy věty v rovině. Dvě úlohy s využitím Pythagorovy věty u těles jsou zařazeny do pracovního listu Tělesa.

Pracovní list Rovinné útvary obsahuje úlohy týkající se pouze obvodů a obsahů mnohoúhelníků a kruhu bez nutnosti použití Pythagorovy věty.

Obrázky v zadání úloh pracovního listu Úhly jsou úmyslně nepřesné, aby se velikosti úhlů nedaly změřit úhloměrem – je dobré na to žáky upozornit.

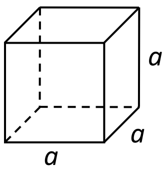
Klíčová aktivita „Podpora gramotností", část „Matematická gramotnost" je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
jihomoravský kraj

Tělesa

Souhrn potřebných znalostí

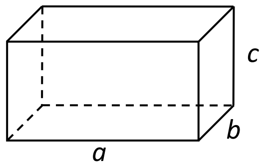
krychle



povrch: S = 6·a^2

objem: V = a^3

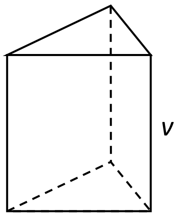
kvádr



povrch: S = 2·(a·b + b·c + c·a)

objem: V = a·b·c

hranol



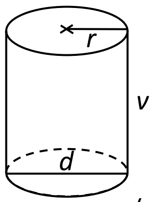
povrch: S = 2·S_p + S_{pl}

objem: V = S_p·v

(S_p = obsah podstavy,

S_{pl} = obsah pláště)

válec



povrch: S = 2·S_p + S_{pl}

S = 2·π·r^2 + 2·π·r·v

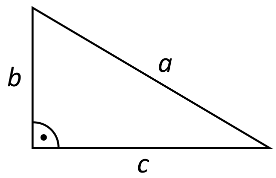
objem: V = S_p·v

V = π·r^2·v

(r – poloměr, d – průměr, d = 2·r; π ≐ 3,14)

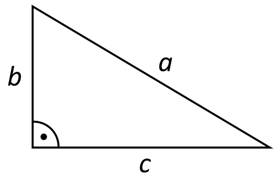
v některých úlohách je potřeba i znalost Pythagorovy věty, která platí pouze v pravoúhlém trojúhelníku:

výpočet délky přepony:



$a^2 = b^2 + c^2$

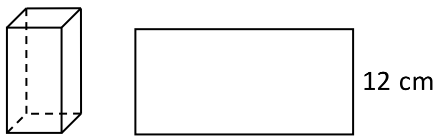
výpočet délky odvěsny:



$b^2 = a^2 - c^2$

Typové úlohy

1. Kvádr má podstavu tvaru čtverce s obsahem 36 cm². Plášť kvádru je obdélník, jehož kratší strana měří 12 cm.



Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
a) Povrch kvádru je 504 cm².	☐	☐
b) Obsah jedné z bočních stěn kvádru je dvakrát větší než obsah podstavy.	☐	☐
c) Objem kvádru je 432 cm³.	☐	☐

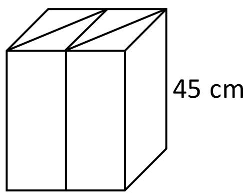
2. Kvádr s podstavou tvaru obdélníku s rozměry 16 cm a 24 cm a výškou 45 cm byl rozřezán na čtyři shodné trojboké hranoly s podstavou tvaru pravoúhlého trojúhelníku a výškou 45 cm. Nejkratší hrana jeho podstavy má délku 12 cm.

Vypočtěte:

a) v cm délku nejdelší hrany podstavy trojbokého hranolu

b) v cm² obsah největší boční stěny trojbokého hranolu

c) v cm³ objem jednoho trojbokého hranolu



Klíčová aktivita „Podpora gramotností", část „Matematická gramotnost" je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

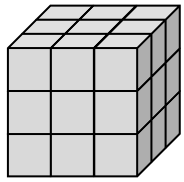
jihomoravský kraj

3. Krychle byla slepena z 27 malých bílých krychliček o hraně délky 5 cm. Poté jsme celou krychli obarvili na šedo (i zespodu).

Vypočtěte:

a) kolik z malých krychliček má právě dvě šedé stěny

b) v cm^3 součet objemů všech krychliček, které mají právě jednu šedou stěnu



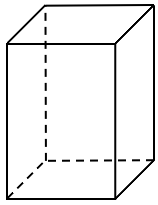
4. Kvádr má délky hran v postupném poměru 2 : 4 : 5. Nejdelší hrana kvádru měří 20 cm.

Vypočtěte:

a) v cm délku nejkratší hrany kvádru

b) v cm^2 obsah největší stěny kvádru

c) v cm^3 objem kvádru



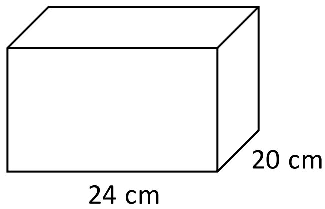
5. Krabice tvaru kvádru má dno s rozměry 20 cm a 24 cm. Krabice je zcela naplněná 480 krychličkami s délkou hrany 2 cm. Ze všech krychliček postavíme věž tvaru kvádru se čtvercovou podstavou. Délka hrany podstavy věže je 8 cm.

Vypočtěte:

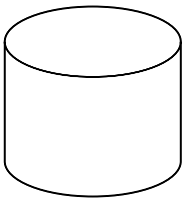
a) v cm výšku krabice

b) v cm výšku postavené věže

c) v cm^3 objem postavené věže



6. Sud na vodu má tvar rotačního válce. Průměr podstavy válce i jeho výška je 1 m. Sud je zcela naplněný vodou. Kolik plných desetilitrových konví z něj můžeme nejvýše nabrat?



A) 45

B) 50

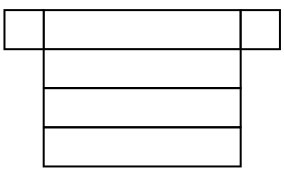
C) 58

D) 64

E) 78

7. Z pěti stejných krychlí byl slepen čtyřboký hranol, jehož síť má obsah 198 cm^2.

Jaký je objem hranolu?



A) 40 cm^3

B) 135 cm^3

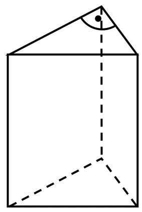
C) 150 cm^3

D) 210 cm^3

E) jiný objem

8. Podstavou kolmého hranolu je pravoúhlý trojúhelník, jehož dvě delší strany měří 10 cm a 8 cm. Obsah nejmenší boční stěny hranolu je 120 cm^2.

Jaký je objem hranolu?



A) menší než 300 cm^3

B) 300 cm^3

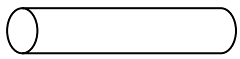
C) 360 cm^3

D) 480 cm^3

E) větší než 480 cm^3

9. Pouzdro na dokumenty má tvar rotačního válce s poloměrem podstavy 4 cm a výškou 60 cm.

Jaký je obsah pláště válce?



Výsledek je zaokrouhlen na celé cm.

A) 1 507 cm^2

B) 1 632 cm^2

C) 2 880 cm^2

D) 3 014 cm^2

E) jiný obsah

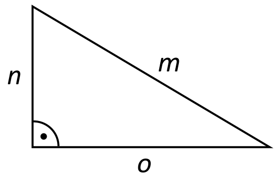
Klíčová aktivita „Podpora gramotností", část „Matematická gramotnost" je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

Pythagorova věta

Souhrn potřebných znalostí

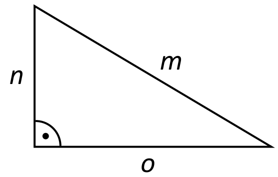
Pythagorova věta platí pouze v pravoúhlém trojúhelníku: $a^2 + b^2 = c^2$, kde a, b jsou odvěsny, c je přepona

výpočet délky přepony:



$m^2 = n^2 + o^2$

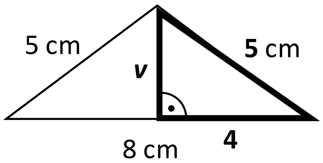
výpočet délky odvěsny:



$n^2 = m^2 - o^2$

Pythagorovou větu je možné použít i v dalších rovinných útvarech (čtverec, obdélník, rovnostranný a rovnoramenný trojúhelník, kosočtverec, rovnoramenný a pravoúhlý lichoběžník) – vždy je potřeba v nich nejdřív najít a vyznačit pravoúhlý trojúhelník.

rovnostranný a rovnoramenný △: výška půlí základnu



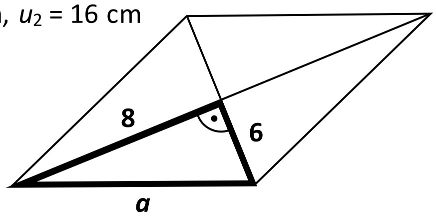
$v^2 = 5^2 - 4^2$

$v^2 = 9$

<u>$v = 3$ cm</u>

kosočtverec: úhlopříčky se navzájem půlí a jsou na sebe kolmé (vytvoří 4 shodné pravoúhlé △)

$u_1 = 12$ cm, $u_2 = 16$ cm

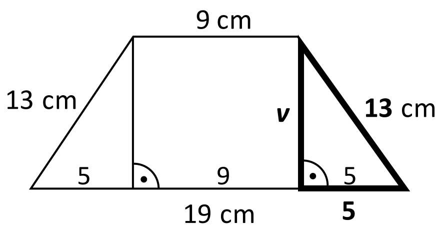


$a^2 = 8^2 + 6^2$

$a^2 = 100$

<u>$a = 10$ cm</u>

rovnoramenný lichoběžník: výšky z vrcholů ho rozdělí na obdélník a dva shodné pravoúhlé trojúhelníky



$v^2 = 13^2 - 5^2$

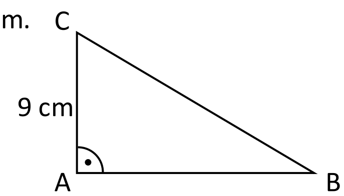
$v^2 = 144$

<u>$v = 12$ cm</u>

k výpočtům je u většiny úloh potřebná také znalost vzorečků pro obvody a obsahy mnohoúhelníků

Typové úlohy

1. Obsah pravoúhlého trojúhelníku ABC je 54 cm². Délka odvěsny AC je 9 cm.



Jaký je obvod trojúhelníku ABC?

A) menší než 30 cm

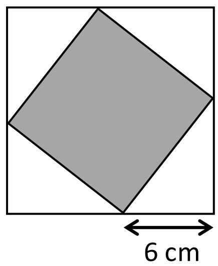
B) 30 cm

C) 36 cm

D) 39 cm

E) větší než 39 cm

2. Velký čtverec má obsah 196 cm². Tento čtverec je rozdělený na 4 shodné bílé pravoúhlé trojúhelníky a jeden šedý čtverec. Nejkratší strana bílého trojúhelníku má délku 6 cm.



Jaký je obvod šedého čtverce?

A) 24 cm

B) 32 cm

C) 36 cm

D) 40 cm

E) jiný obvod

Klíčová aktivita „Podpora gramotností", část „Matematická gramotnost" je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

3. Pravidelný šestiúhelník ABCDEF vznikl složením šesti shodných rovnostranných trojúhelníků s délkou strany 3 cm. Z šestiúhelníku odstřihneme dva rovnoramenné trojúhelníky (BCD a AEF).

Jaká je délka delší strany obdélníku ABDE?

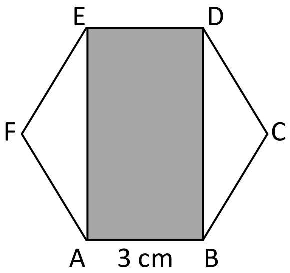
A) $\sqrt{18}$ cm

B) 5 cm

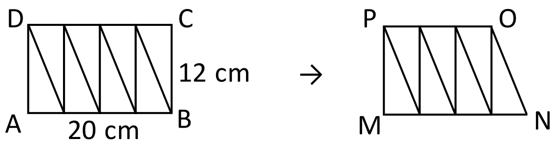
C) $\sqrt{27}$ cm

D) 6 cm

E) $\sqrt{45}$ cm



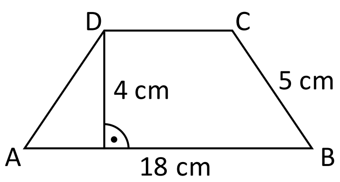
4. Obdélník ABCD lze rozdělit na osm shodných pravoúhlých trojúhelníků. Odebráním jednoho z těchto trojúhelníků vznikne pravoúhlý lichoběžník MNOP. Kratší strana obdélníku ABCD má délku 12 cm, delší strana 20 cm.



a) Určete, o kolik cm se liší obvod lichoběžníku MNOP a obdélníku ABCD.

b) Vypočtěte v cm^2 obsah lichoběžníku MNOP.

5. V rovnoramenném lichoběžníku ABCD se základnou AB platí: |AB| = 18 cm, |BC| = 5 cm. Výška lichoběžníku ABCD je 4 cm.



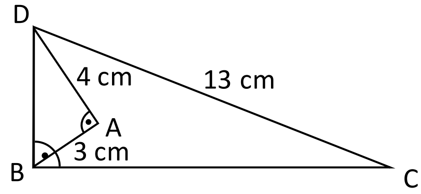
Vypočtěte:

a) v cm délku strany CD

b) v cm obvod lichoběžníku ABCD

c) v cm^2 obsah lichoběžníku ABCD

6. Čtyřúhelník ABCD vznikne z pravoúhlého trojúhelníku BCD odebráním menšího pravoúhlého trojúhelníku ABD.



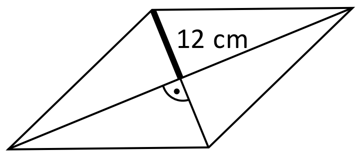
Vypočtěte:

a) v cm délku strany BD

b) v cm délku strany BC

c) v cm^2 obsah čtyřúhelníku ABCD

7. Kosočtverec je složený ze čtyř shodných pravoúhlých trojúhelníků. Délka nejkratší strany trojúhelníku je 12 cm. Kosočtverec má obsah 384 cm^2.

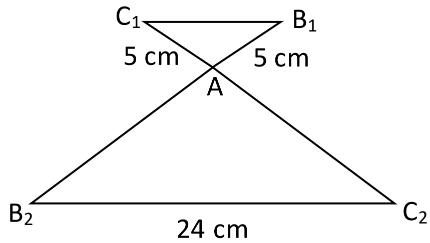


Vypočtěte:

a) v cm délku strany kosočtverce

b) v cm výšku kosočtverce

8. Trojúhelníky AB_1C_1 a AB_2C_2 jsou rovnoramenné. Trojúhelník AB_2C_2 má všechny délky stran třikrát delší než trojúhelník AB_1C_1. Dále platí: $|B_2C_2| = 24$ cm, $|AB_1| = |AC_1| = 5$ cm.



Vypočtěte:

a) v cm výšku na základnu v trojúhelníku AB_1C_1

b) v cm obvod trojúhelníku AB_2C_2

c) v cm^2 součet obsahů obou trojúhelníků AB_1C_1 a AB_2C_2 dohromady

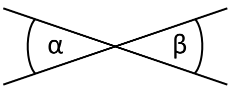
Klíčová aktivita „Podpora gramotností", část „Matematická gramotnost" je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

Úhly

Souhrn potřebných znalostí

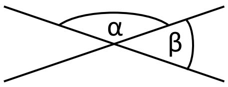
plný úhel 360°, přímý úhel 180°, pravý úhel 90°

vrcholové úhly



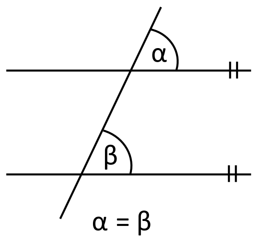
$\alpha = \beta$

vedlejší úhly



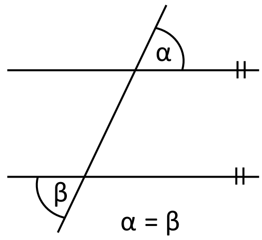
$\alpha + \beta = 180°$

souhlasné úhly



$\alpha = \beta$

střídavé úhly

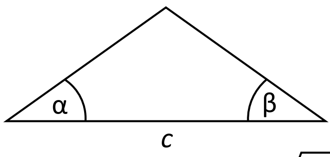


$\alpha = \beta$

trojúhelníky: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

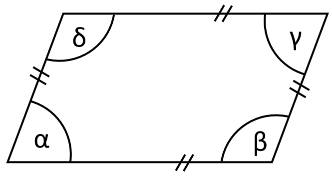
rovnostranný △: $\alpha = \beta = \gamma = 60°$

rovnoramenný △ (základna *c*): $\alpha = \beta$



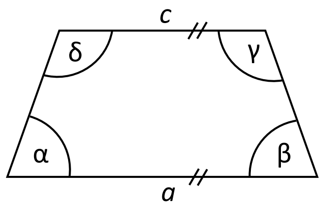
čtyřúhelníky: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$

rovnoběžník: $\alpha = \gamma$, $\beta = \delta$; $\alpha + \beta = \beta + \gamma = \gamma + \delta = \delta + \alpha = 180°$



lichoběžník ($a \parallel c$): $\beta + \gamma = \delta + \alpha = 180°$

rovnoramenný lichoběžník ($a \parallel c$): $\alpha = \beta$, $\gamma = \delta$

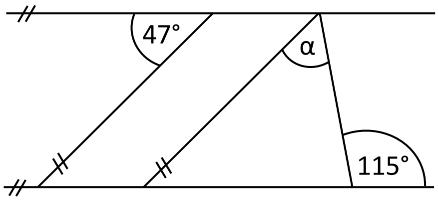


Typové úlohy

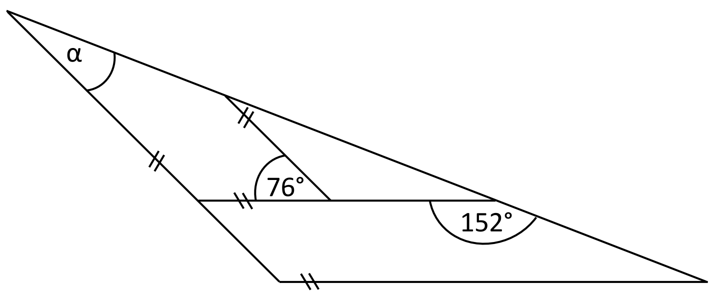
Velikosti úhlů neměřte, ale vypočtěte.

1. Jaká je velikost úhlu α?

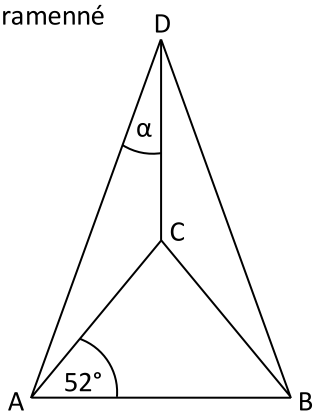
a)



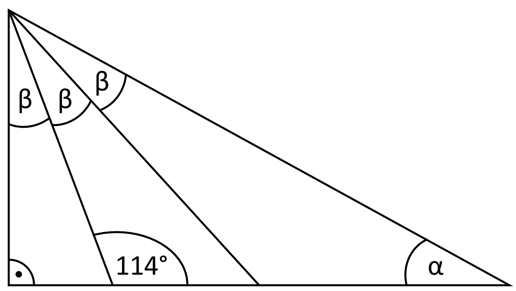
b)



c) trojúhelníky ABC, ABD, BCD a ACD jsou rovnoramenné



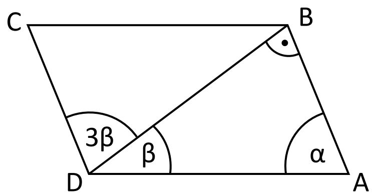
d)



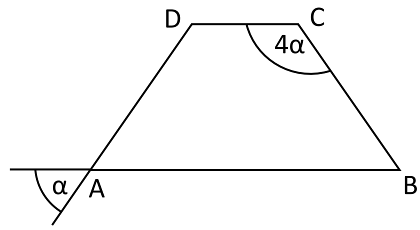
Klíčová aktivita „Podpora gramotností", část „Matematická gramotnost" je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

2. Jaká je velikost úhlu α?

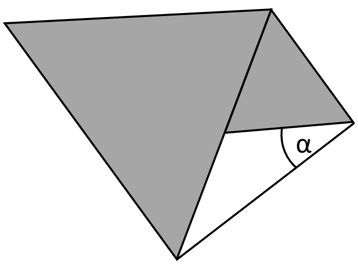
a) ABCD je rovnoběžník



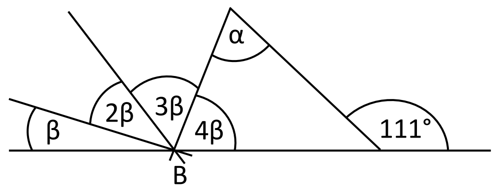
b) ABCD je rovnoramenný lichoběžník



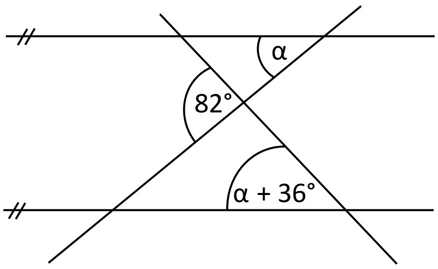
c) čtyřúhelník je rozdělený na tři trojúhelníky:
2 šedé jsou rovnostranné, bílý je rovnoramenný



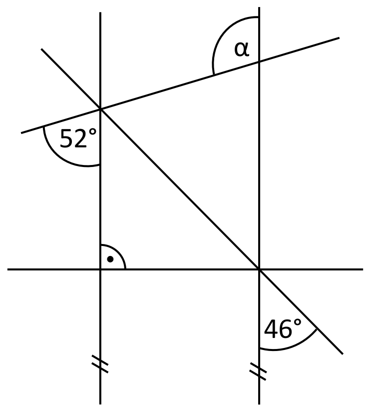
d) v bodě B se protínají 4 přímky



e)

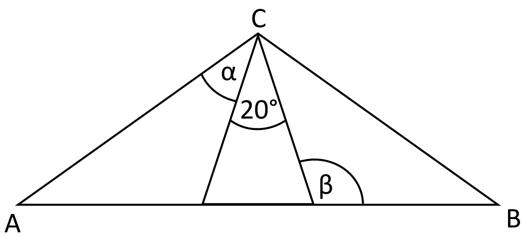


f)

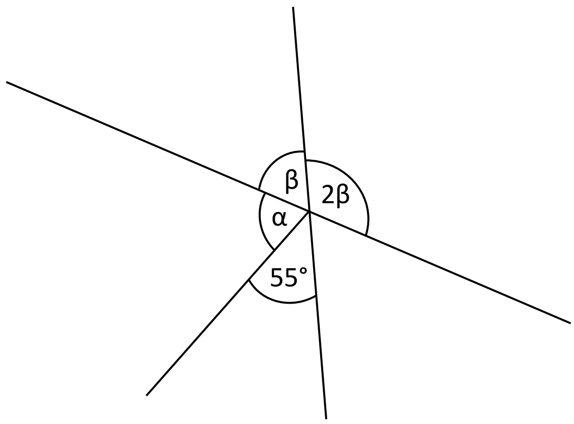


3. Kolik je α + β?

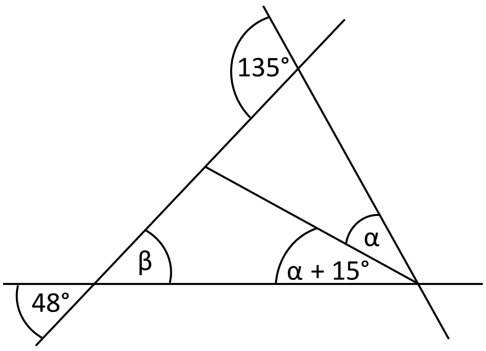
a) rovnoramenný trojúhelník ABC je rozdělený
na tři menší rovnoramenné trojúhelníky



b) na obrázku jsou tři přímky, které se protínají
v jednom bodě



c)

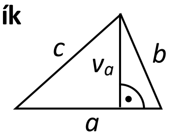


Klíčová aktivita „Podpora gramotností", část „Matematická gramotnost" je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

Rovinné útvary

Souhrn potřebných znalostí

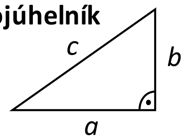
trojúhelník



obvod: $o = a + b + c$

obsah: $S = \frac{a \cdot v_a}{2}$

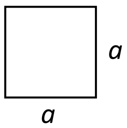
pravoúhlý trojúhelník



obvod: $o = a + b + c$

obsah: $S = \frac{a \cdot b}{2}$ $(a \perp b)$

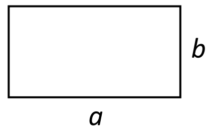
čtverec



obvod: $o = 4 \cdot a$

obsah: $S = a^2$

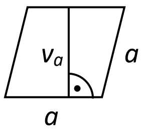
obdélník



obvod: $o = 2 \cdot (a + b)$

obsah: $S = a \cdot b$

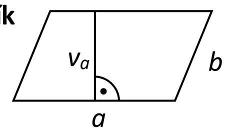
kosočtverec



obvod: $o = 4 \cdot a$

obsah: $S = a \cdot v_a$

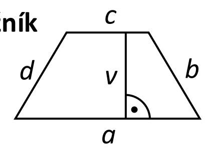
kosodélník



obvod: $o = 2 \cdot (a + b)$

obsah: $S = a \cdot v_a$

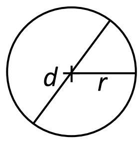
lichoběžník



obvod: $o = a + b + c + d$

obsah: $S = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$ $(a \| c)$

kruh



obvod: $o = 2 \cdot \pi \cdot r$

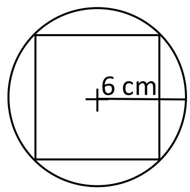
obsah: $S = \pi \cdot r^2$

(r – poloměr, d – průměr, $d = 2 \cdot r$; $\pi \doteq 3{,}14$)

Typové úlohy

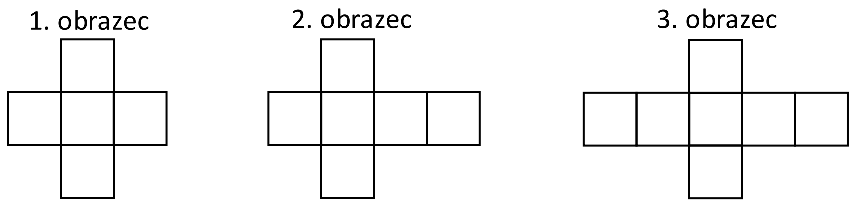
1. Do kruhu s poloměrem 6 cm byl vepsán čtverec.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).



	A	N
a) Délka úhlopříčky čtverce je 10 cm.	☐	☐
b) Obsah kruhu je $\pi \cdot 12$ cm^2.	☐	☐
c) Obsah čtverce je 80 cm^2.	☐	☐

2. První obrazec je tvořen pěti, druhý obrazec šesti a třetí obrazec sedmi shodnými čtverci. Obvod prvního obrazce je 48 cm.

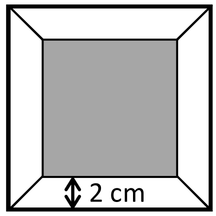


Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
a) Délka strany jednoho čtverce je 4 cm.	☐	☐
b) Třetí obrazec má o 12 cm větší obvod než první obrazec.	☐	☐
c) Obsah druhého obrazce je o 16 cm^2 menší než obsah třetího obrazce.	☐	☐

Klíčová aktivita „Podpora gramotností", část „Matematická gramotnost" je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

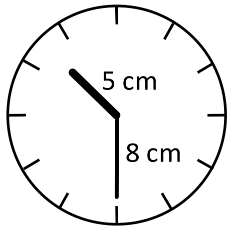
3. Rám čtvercového obrazu tvoří čtyři shodné lišty tvaru rovnoramenného lichoběžníku. Lišta má šířku 2 cm. Obsah jedné lišty je 80 cm^2.



Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
a) Délka strany obrazu i s rámem je 42 cm.	☐	☐
b) Obsah obrazu uvnitř rámu (vyznačený šedou barvou) je 1 600 cm^2.	☐	☐
c) Obvod obrazu uvnitř rámu je o 16 cm menší než obvod obrazu i s rámem.	☐	☐

4. Velká ručička nástěnných hodin má délku 8 cm, malá ručička je dlouhá 5 cm.



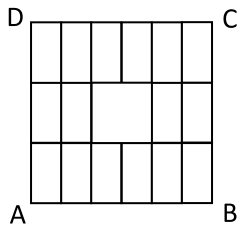
Vypočtěte: (výsledek zaokrouhlete na setiny cm)

a) jakou vzdálenost urazí hrot velké ručičky za jednu hodinu

b) jakou vzdálenost urazí hrot malé ručičky za jeden den

5. Čtverec ABCD je rozdělen na 16 shodných malých obdélníků a jeden malý čtverec. Obvod jednoho obdélníku je 18 cm.

Vypočtěte:

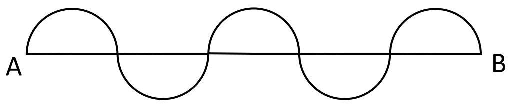


a) v cm obvod malého čtverce

b) v cm^2 obsah jednoho malého obdélníku

c) v cm^2 obsah čtverce ABCD

6. Ornament tvoří úsečka AB a pět stejných půlkružnic, které se navzájem dotýkají a přiléhají k úsečce AB střídavě shora a zdola. Délka úsečky AB je 30 cm.

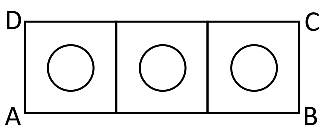


Vypočtěte:

a) obvod ornamentu (výsledek zaokrouhlete na setiny cm)

b) obsah ornamentu (výsledek zaokrouhlete na setiny cm^2)

7. Obdélník ABCD je tvořen třemi shodnými čtverci. Uprostřed každého čtverce je kruh s průměrem, který se rovná polovině délky strany čtverce. Obvod obdélníku ABCD je 96 cm.



Jaký je obsah jednoho kruhu?
Výsledek je zaokrouhlen na celé cm^2.

A) menší než 24 cm^2

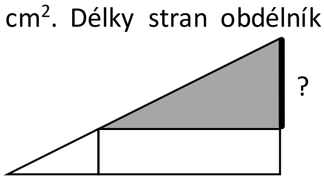
B) 24 cm^2

C) 28 cm^2

D) 32 cm^2

E) 36 cm^2

8. Pravoúhlý trojúhelník je rozdělen dvěma úsečkami kolmými na odvěsny na dva trojúhelníky a jeden obdélník. Nejmenší trojúhelník má obsah 8 cm^2, obdélník má obsah 32 cm^2. Délky stran obdélníku jsou v poměru 8 : 1.



Jaká je délka nejkratší strany šedého trojúhelníku?

A) 2 cm

B) 4 cm

C) 6 cm

D) 8 cm

E) 12 cm

Klíčová aktivita „Podpora gramotností", část „Matematická gramotnost" je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.

Řešení úloh:

Tělesa

1. a) N (360 cm^2), b) A, c) A
2. a) 20 cm, b) 900 cm^2, c) 4 320 cm^3
3. a) 12, b) 750 cm^3
4. a) 8 cm, b) 320 cm^2, c) 2 560 cm^3
5. a) 8 cm, b) 60 cm, c) 3 840 cm^3
6. E
7. B
8. D
9. A

Pythagorova věta

1. C
2. D
3. C
4. a) o 4 cm, b) 210 cm^2
5. a) 12 cm, b) 40 cm, c) 60 cm^2
6. a) 5 cm, b) 12 cm, c) 24 cm^2
7. a) 20 cm, b) 19,2 cm
8. a) 3 cm, b) 54 cm, c) 120 cm^2

Úhly

1. a) 68°
   b) 48°
   c) 19°
   d) 18°
2. a) 60°
   b) 36°
   c) 30°
   d) 39°
   e) 23°
   f) 128°
3. a) 140° (α = 40°, β = 100°)
   b) 125° (α = 65°, β = 60°)
   c) 84° (α = 36°, β = 48°)

Rovinné útvary

1. a) N (12 cm), b) N ($\pi \cdot 36$ cm^2), c) N (72 cm^2)
2. a) A, b) N (o 16 cm), c) A
3. a) A, b) N (1 444 cm^2), c) A
4. a) 50,24 cm, b) 62,80 cm
5. a) 24 cm, b) 18 cm^2, c) 324 cm^2
6. a) 77,10 cm, b) 70,65 cm^2
7. C
8. B

Klíčová aktivita „Podpora gramotností", část „Matematická gramotnost" je realizována v rámci projektu Implementace KAP JMK II, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.