



Řádový odhad mocnin 2

autor: Pavel Sikora

Pokud chceme alespoň řádově odhadnout hodnotu mocniny se základem 2 a velkým exponentem, můžeme využít faktu, že

$$2^{10} = 1024 \approx 1000 = 10^3.$$

Například u největšího známého Mersennova prvočísla, $2^{82589933} - 1$, můžeme počet jeho desetinných míst odhadnout následujícím postupem:

$$\begin{aligned} 2^{82589933} - 1 &\approx 2^{82589933} \approx 2^{82589930} = 2^{8258993 \cdot 10} = (2^{10})^{8258993} \approx \\ &\approx (10^3)^{8258993} = 10^{8258993 \cdot 3} = 10^{24776979}. \end{aligned}$$

Očekáváme tedy, že toto číslo bude mít přibližně 24 776 980 číslic. Číslic je ve skutečnosti 24 862 048, takže náš odhad je velice přesný.

Podobně největší Prothovo prvočísla, $10223 \cdot 2^{31172165} + 1$, odhadneme takto:

$$\begin{aligned} 10223 \cdot 2^{31172165} + 1 &\approx 10000 \cdot 2^{31172160} = 10^4 \cdot (2^{10})^{3117216} \approx \\ &\approx 10^4 \cdot (10^3)^{3117216} = 10^{4+3117216 \cdot 3} = 10^{9351652}. \end{aligned}$$

Náš odhad 9 351 653 číslic je opět velmi blízko skutečným 9 383 761 číslicím.