Euklidův algoritmus

autor: Pavel Sikora

Euklidův (nebo též Eukleidův) algoritmus slouží k nalezení největšího společného dělitele dvou čísel, aniž bychom tato čísla museli rozkládat na prvočísla (což může u větších čísel být poměrně náročné). Jediné, co musíme umět, je dělit se zbytkem.

Princip si ukážeme na příkladu, kdy budeme chtít nalézt největší společný dělitel čísel 1001 a 371:

$$\begin{aligned}
1001 &= 2 \cdot 371 + 259 \\
371 &= 1 \cdot 259 + 112 \\
259 &= 2 \cdot 112 + 35 \\
112 &= 3 \cdot 35 + 7 \\
35 &= 5 \cdot 7
\end{aligned}$$

Jakmile narazíme na případ, kdy čísla vydělíme beze zbytku, algoritmus končí. Největším společným dělitelem pak je poslední nenulový zbytek, v tomto případě 7. Pomocí vztahu mezi $D(a,b)$ a $n(a,b)$ také zjistíme, že

$$n(1001, 371) = \frac{1001 \cdot 371}{D(1001, 371)} = \frac{1001 \cdot 371}{7} = 53\,053.$$

Ještě jeden příklad: Najděme největšího společného dělitele čísel 1755 a 4928:

$$\begin{aligned}
4928 &= 2 \cdot 1755 + 1418 \\
1755 &= 1 \cdot 1418 + 337 \\
1418 &= 4 \cdot 337 + 70 \\
337 &= 4 \cdot 70 + 57 \\
70 &= 1 \cdot 57 + 13 \\
57 &= 4 \cdot 13 + 5 \\
13 &= 2 \cdot 5 + 3 \\
5 &= 1 \cdot 3 + 2 \\
3 &= 1 \cdot 2 + 1 \\
2 &= 2 \cdot 1
\end{aligned}$$

Platí tedy, že $D(1755, 4928) = 1$, neboli jde o čísla nesoudělná a jejich nejmenší společný násobek je tedy jejich součin.

Klíčová aktivita „Podpora gramotnosti“, část „Matematická gramotnost“ je realizována v rámci projektu *Implementace KAP JMK II*, registrační číslo CZ.02.3.68/0.0/0.0/19_078/0017177 v rámci *Operačního programu Výzkum, vývoj a vzdělávání*, s finanční podporou z Evropské unie a Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy.